
**LAS FORMAS DE TRABAJO Y DE PENSAMIENTO DE LA MATEMÁTICA EN LOS
RECURSOS DE UN SOFTWARE EDUCATIVO¹**
**THE WORK FORMS AND OF THOUGHT OF THE MATHEMATICAL ONE IN THE
RESOURCES OF AN EDUCATIONAL SOFTWARE**

José Tomás Borges Echevarría²

borgesecheva@yahoo.es

Leopoldo Montes de Oca de la Fe³

lmontes@ucp.ma.rimed.cu

RESUMEN

Desde 2009 se trabaja en la elaboración de la Colección Futuro para el Bachillerato mexicano con la colaboración del Ministerio de Educación y la Universidad de Ciencias Informáticas de la República de Cuba. En este artículo se muestra cómo aplicar las formas de trabajo y pensamiento de la Matemática en los recursos de un software educativo, lo que puede contribuir a realizar conscientemente una de las tareas más trascendentes del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática: desarrollar el pensamiento y las capacidades intelectuales de los estudiantes.

Palabras claves: Formas de trabajo y pensamiento de la Matemática, software educativo.

ABSTRACT

From 2009 one works in the elaboration of the collection future for the Mexican high school with the collaboration of the Ministry of Education and the Computer University of Sciences of Cuba. In this work it is shown how to apply the work forms and thought of the Mathematical one in the resources of an educational software, what can contribute to carry out one of the most transcendent tasks in the process of teaching-learning of the Mathematical one consciously: to develop the thought and the intellectual capacities of the students.

Keywords: Work forms and thought of the Mathematical, educational software.

¹ Este trabajo está vinculado al proyecto AlfaOmega del MINED.

² Máster en Educación y profesor Auxiliar del Departamento Matemática-Física. Universidad de Ciencias Pedagógicas “Juan Marinello Vidaurreta” de Matanzas.

³ Máster en Educación y profesor Auxiliar del Departamento Matemática-Física. Universidad de Ciencias Pedagógicas: “Juan Marinello Vidaurreta” de Matanzas.

INTRODUCCIÓN

El software educativo se ha ido imponiendo en el proceso de enseñanza-aprendizaje con las potencialidades que brindan las nuevas tecnologías de la información y la comunicación. Por lo general estos propician un aprendizaje más rápido que los métodos tradicionales y el estudiante se siente más motivado al estar en interacción constante con diferentes recursos informáticos.

Un buen software educativo para la asignatura Matemática debe atender con prioridad el uso de las formas de trabajo y de pensamiento de esta ciencia, pues en las clases de Matemática los estudiantes se enfrentan sistemáticamente a la elaboración de nuevos contenidos, así como a ejercicios y problemas que deben aprender a resolver con un mínimo de esfuerzo y la máxima probabilidad de éxito, con un uso racional de su labor intelectual, permitiendo a los estudiantes encontrar ideas de solución y resolver problemas con racionalidad.

Los recursos informáticos diseñados para un software de Matemática deben propiciar la utilización de las formas de trabajo y pensamiento de esta disciplina científica.

El propósito de este artículo es mostrar cómo aplicar las formas de trabajo y pensamiento de la Matemática en los recursos de un software educativo, lo que puede contribuir a realizar conscientemente una de las tareas más trascendentes del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática: desarrollar el pensamiento y las capacidades intelectuales de los alumnos.

DESARROLLO

Las formas principales de trabajo y de pensamiento en la Matemática son:

- Variación de condiciones.
- Búsqueda de relaciones.
- Consideraciones de analogía.

Estas forman parte de la materia de enseñanza de la Matemática que deben aprender los estudiantes, Para ello no es suficiente que el profesor las utilice en sus clases. La participación activa y consciente de los estudiantes en los procesos de búsqueda de conocimientos donde se empleen estas formas contribuirá al logro de importantes objetivos del campo del desarrollo intelectual.

La racionalización del trabajo mental, condición indispensable en toda actividad matemática, tiene como uno de sus componentes a las formas de trabajo y pensamiento matemático; lograr que los alumnos las dominen es una impostergable tarea de la enseñanza de la Matemática.

Además se consideran formas de trabajo y de pensamiento de la matemática a la reducción, la generalización y la particularización.

Para la presentación de los contenidos de forma interesante, asequible y dinámica en la elaboración de un software educativo se estructuran una serie de aplicaciones o recursos (Labañino, César; 2011) que se clasifican en:

Recursos multimediales (multimediales). La información presentada a partir de cualquiera de los siguientes formatos digitales o sus combinaciones: texto o hipertexto, video digital, diaporama, sonido digital, animaciones e imagen fija.

Recursos Interactivos. Promueven una comunicación entre el usuario y la máquina, más allá de un simple clic u opresión de una tecla o entre usuarios con mediación de la máquina. Ejemplos: simuladores (animaciones interactivas, applets) y secuencias interactivas.

Recursos estructurales. Contribuyen esencialmente a la estructuración didáctica de la información. Ejemplos: Saber más, Medite un instante, Recuerde que.

En este trabajo no se abordan todos estos recursos, solo una parte de ellos que son los que más potencialidades tienen para aplicar las formas de trabajo y de pensamiento de la Matemática.

Recursos multimediales (multimediales).

Video digital: Es la presentación de un número de imágenes por segundo, que crean en el observador la sensación de movimiento, pueden ser sintetizadas o captadas. Un video didáctico se caracteriza por la intención de enseñar, por la limitación del público a que va destinado, por la manera de remarcar los temas principales que forman el contenido del videograma (Cano y Sala, 1991).

Diaporama: Es la combinación de sonido con imágenes u otros recursos multimediales.

Animaciones: Son las secuencias de ilustraciones en formato digital que al ser presentadas de manera continua, provocan la sensación del movimiento. Pueden o no estar acompañadas de una banda sonora.

Existen básicamente dos tipos de animaciones: Animación sobre trayectoria y animación sobre cuadros (2D y 3D).

Funciones de los recursos multimedia (multimediales).

Presentar, ilustrar de forma no interactiva el contenido, estimula los órganos sensoriales, la atención y el interés. Tienen funciones instructiva, educativa y orientadora.

Recursos Interactivos.

Simulación:

Sistema informático que modela un fenómeno o proceso, permitiendo provocar cambios en los estados finales a partir de la variación de los estados iniciales (animación parametrizable).

Animaciones interactivas:

A diferencia de las animaciones tienen la posibilidad de modificar los estados iniciales, que promueven cambios en los estados finales.

Secuencias interactivas:

Propuestas de información que se alternan con interacciones del usuario. Se trata de propuestas de flujos de información caracterizadas por aparición paulatina de información de carácter multimedia y tomas de decisión por parte del usuario como condición para dar continuidad al discurso.

Funciones de los recursos interactivos.

Desarrollan la formulación de hipótesis y su comprobación por los métodos de ensayo y error o heurísticos, auspician el aprendizaje por descubrimiento y una asimilación significativa, promueven la experimentación asistida por computadora, transmiten información desde una perspectiva analítica.

Es importante destacar que lo que resulta singular en los medios informáticos con relación a otros medios de enseñanza-aprendizaje, es precisamente la presencia de la interactividad; sin embargo resulta poco pertinente entender que todo tipo de evento de comunicación entre usuarios y sistema pueda ser entendido como un recurso puramente interactivo.

Los recursos multimedia (multimediales) y los recursos interactivos deben ser autocontenidos, o sea, por sí solos explican los contenidos sin necesidad de texto,

(tienen vida propia) y son adaptables a los objetivos didácticos del guion, aunque debe señalarse que no se enmarcan en determinado objetivo, ya que un mismo recurso puede ser utilizado en diferentes momentos, con diversas intenciones.

Se hará referencia a cómo se deben diseñar algunos de estos recursos para que propicien la aplicación de las formas de trabajo y pensamiento de la matemática.

En los **videos** se presentan situaciones prácticas que conllevan a un conocimiento matemático y se plantean problemas que se podrán resolver con el estudio del subtema, para de esta forma motivar su estudio.

Ejemplo: En el video introductorio al subtema sobre las sucesiones aritméticas en su locución, se plantea que existe un sinnúmero de fenómenos naturales y físicos que ocurren de manera intermitente en el tiempo. Es natural que en el medio ambiente las temperaturas varíen drásticamente debido a la contaminación y al cambio climático. Por esto es que algunos días suelen ser muy cálidos, mientras que otros son más fríos. Si elaboráramos un registro con las temperaturas máximas alcanzadas en un determinado número de días, formaríamos con ellas una sucesión numérica que nos permitiría estudiar el comportamiento de este fenómeno climático.

La elaboración de registros con sucesiones numéricas, nos permite conocer de manera rápida y eficaz, datos como el tiempo que tardará en llenarse una alberca o una cisterna. Claro, conociendo previamente la cantidad de agua que se les suministra en una hora.

Si eres deportista o te gusta hacer ejercicio, la elaboración de sucesiones numéricas te permitirá conocer cuánto tiempo dedicas a tu entrenamiento ya sea por semana o por mes.

Seguramente has ido o sueles ir al cine y habrás notado que la separación entre las filas de butacas es igual o constante, conociendo este dato y la distancia que hay de la primera fila a la pantalla, por medio de una sucesión numérica, ¿podrías determinar en qué fila estará sentada una persona, si sabes a qué distancia está de la pantalla?

Estas son solo algunas situaciones cotidianas de las muchas en las que podemos utilizar sucesiones numéricas y en especial, sucesiones aritméticas. Aquí se varían las condiciones y el estudiante tendrá que buscar relaciones para darle solución a las situaciones planteadas que tienen su continuidad en el desarrollo del subtema.

Con las **animaciones** se muestran relaciones entre objetos matemáticos que propician la utilización de las formas de trabajo y pensamiento de la Matemática.

Ejemplo: En la animación para mostrar la interpretación geométrica del binomio al cuadrado, aparecen sucesivamente un cuadrado de lado “a + b” relleno, los datos referentes a los lados y el área del cuadrado, las divisiones en los lados del cuadrado. Así hasta ilustrar gráficamente que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, con ello el estudiante hace analogías y búsqueda de relaciones y dependencias.

En las **animaciones interactivas** se puede dar la idea gráfica de un contenido matemático, como por ejemplo en las conclusiones del subtema sobre las sucesiones aritméticas que se muestra en una gráfica, dando la idea de una sucesión aritmética cuya diferencia es 2.

Las animaciones interactivas también pueden mostrar cómo se llega a un conocimiento matemático de manera inductiva, con el siguiente ejemplo se ilustra: Obtención del término general de una sucesión aritmética, el recurso plantea que si se conoce que por el servicio de estacionamiento de un coche se debe pagar 30 pesos por la primera hora y 20 pesos por cada hora adicional, a partir de esta información reconocemos que estamos en presencia de una sucesión aritmética, entonces será posible determinar cada uno de sus términos si se conoce el valor del primer término y la diferencia entre dos términos consecutivos cualesquiera. A continuación el estudiante debe completar una tabla donde se van variando las condiciones, haciendo analogías y buscando relaciones y dependencia hasta llegar a la fórmula correspondiente.

Así mismo las animaciones interactivas pueden estar dentro de una actividad donde se debe arribar a una conclusión.

Ejemplo: Para obtener la propiedad de los términos equidistantes en una sucesión aritmética finita, el estudiante selecciona una de las sucesiones y salen sus términos uno a uno, al hacer clic sobre uno de los términos hace énfasis junto con el equidistante a él y aparece de manera animada, la suma correspondiente en un contenedor. Las sumas saldrán cuando se produce el énfasis de los términos equidistantes y no se borran, sino que quedan escritas a la derecha, tantas sumas como parejas de términos equidistantes sean marcadas. Se le plantea que seleccione una de las sucesiones y haga clic sobre uno cualquiera de sus términos, repite esto varias veces en cada

sucesión, de esta forma podrá notar la propiedad que cumplen los términos equidistantes de una sucesión aritmética.

Las **secuencias interactivas** propician la aplicación de las formas de trabajo y pensamiento de la Matemática cuando el estudiante completa los pasos para resolver un problema y debate una conclusión propuesta.

Ejemplo: Para la obtención del concepto de sucesión aritmética se presentan dentro de una actividad dos secuencias interactivas, cada una con un problema que conduce a este tipo de sucesión. Una de ellas relacionada con los gastos de los ahorros de una familia para sus vacaciones y lo planificado a gastar diariamente que es una cantidad fija y se quiere saber, ¿cuánto dinero le va quedando al pasar 1, 2, 3, 4, 5, ..., 15 días de vacaciones?

El estudiante completa las propuestas del recurso y finalmente le aparece una conclusión para debatir en el grupo: Cada término de esta sucesión se obtiene restando un valor constante al término que le antecede (en este caso 22 000), también podemos decir: “sumándole una constante (-22 000)”. Esto nos permite determinar cualquier término de la sucesión utilizando una de las siguientes expresiones $a_n = a_{n-1} - 22\,000$ o $a_n = a_{n-1} + (-22\,000)$

Así mismo en la secuencia interactiva, puede que cuando complete los pasos para resolver un problema, el estudiante saque una conclusión de su trabajo, la cual compara con la propiedad que se cumple.

Ejemplo: Para obtener el procedimiento para la división de polinomios, primeramente se plantea completar una división con números naturales, así el estudiante recuerda el procedimiento seguido en ese caso, después por analogía completa dos divisiones de polinomios, debe escribir una suposición sobre cómo se dividen los polinomios y finalmente tiene la posibilidad de comparar su suposición con el procedimiento para dividir dos polinomios.

En las **Simulaciones** el estudiante manipula el recurso realizando una investigación guiada y utilizando las formas de trabajo y pensamiento de la Matemática “descubre” un conocimiento matemático que resulta nuevo para él.

Ejemplo: En la simulación para estudiar la influencia de los parámetros a, b y c en el gráfico de las funciones cuadráticas $y = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$, se da como instrucción

que cada vez que haga clic y arrastre los puntos en rojo que están en los deslizadores, podrá modificar el gráfico de la función cuadrática y se le proponen las siguientes actividades:

En la figura se representa un sistema de coordenadas rectangulares en el que se observa el gráfico de la función cuadrática $y = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$. También aparecen tres segmentos en los que se destaca un punto en rojo asociado a cada parámetro: a, b, c.

1. Varía la posición de los parámetros **a**, **b**, **c**.

¿Qué modificaciones observas en la gráfica?

¿Dependen las modificaciones producidas de la selección del parámetro? ¿De qué forma? Descríbelas.

2. Si no puedes describir las modificaciones que producen los parámetros a, b y c en las funciones cuadráticas, sigue los pasos que aparecen a continuación para cada parámetro:

Influencia del parámetro a:

3. Para que comprendas mejor, coloca los parámetros $b = 0$, $c = 0$ y $a = 0.1$.

¿Qué efectos observas en la gráfica de la función si **a** toma valores:

- entre 0.1 y 4.5,
- entre 4.5 y 0.1,
- entre -0.1 y -4.5 y
- entre -4.5 y -0.1?

¿Has obtenido alguna conclusión sobre la influencia del parámetro **a** en la gráfica de la función? ¿Cuál?

Si no has llegado a ninguna conclusión, interactúa nuevamente con el recurso modificando la posición de **a** en el deslizador y reflexiona sobre:

¿Cómo varía el ancho de la parábola si el valor absoluto de **a** aumenta o disminuye?

¿Llegas ahora a alguna suposición? ¿Cómo la expresarías?

¿Se verificará tu suposición para valores cualesquiera de **b** y **c**? Interactúa nuevamente con el recurso.

Comprueba tu conclusión. (**Mat-T-011002-01,"Influencia del parámetro a en el gráfico de las funciones cuadráticas"**)

Influencia del parámetro b:

4. Para que comprendas mejor, coloca los parámetros $b = 0$, $c = 0$ y $a = 1$.

¿Qué efectos se originan en la parábola al variar el parámetro b ?

¿Observas alguna regularidad? ¿Cuál?

Si no has llegado a ninguna suposición, interactúa nuevamente con el recurso, modificando la posición de b en el deslizador y reflexiona sobre:

¿Qué pasa con la forma de la parábola al variar el parámetro b ?

¿Cambia la posición del vértice?

¿Llegas ahora a alguna conclusión? ¿Cómo la expresarías?

¿Se cumplirá tu suposición para valores cualesquiera de a y c ? Interactúa nuevamente con el recurso.

Comprueba tu conclusión. (**Mat-T-011002-02,"Influencia del parámetro b en el gráfico de las funciones cuadráticas"**)

Influencia del parámetro c:

5. Para que comprendas mejor, coloca los parámetros $b = 0$, $c = 0$ y $a = 1$.

¿Qué efectos se producen en la parábola al variar el parámetro c ?

¿Observas alguna regularidad? ¿Cuál?

Si no has llegado a ninguna suposición, interactúa nuevamente con el recurso modificando la posición de c en el deslizador y reflexiona sobre:

¿Qué pasa con la forma de la parábola al variar el parámetro c ?

Si el parámetro c aumenta su valor, ¿se mueve la parábola verticalmente hacia arriba o hacia abajo?

Si el parámetro c disminuye su valor, ¿se traslada la parábola verticalmente hacia arriba o hacia abajo?

¿Llegas ahora a alguna conclusión? ¿Cómo la expresarías?

¿Se cumplirá tu suposición para valores cualesquiera de a y b ? Interactúa nuevamente con el recurso.

Comprueba tu conclusión. (**Mat-T-011002-03,"Influencia del parámetro c en el gráfico de las funciones cuadráticas"**)

Las simulaciones tienen grandes posibilidades de aplicar las formas de trabajo y pensamiento de la Matemática, pues constantemente el estudiante varía las

condiciones, hace analogías y busca relaciones y dependencia entre los objetos matemáticos.

CONCLUSIONES

El objetivo fundamental de introducir la Informática en el proceso docente educativo es contribuir al perfeccionamiento y optimización del sistema educacional, pero debe tenerse en cuenta cómo contribuir con este medio de enseñanza al desarrollo intelectual de los estudiantes y una forma importante es la aplicación de las formas de trabajo y pensamiento de la Matemática en los recursos informáticos que se diseñen, y de este modo promover constantemente la variación de condiciones, la realización de analogías y la búsqueda de relaciones y dependencia

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Cano J y Sala P. (1991) *Programa diseñado como herramienta para permitir a un usuario realizar diversos tipos de trabajo*. España.
- Labañino, César: (2011) *Base de datos presentada en el taller nacional de software educativo*. La Habana.

Recibido: diciembre de 2013
Aceptado para su publicación: marzo de 2014