

Traducir al lenguaje algebraico. Innovar la calidad de la enseñanza en la escuela secundaria básica

Translate to algebraic language. Innovating the quality of teaching in basic secondary school

Traduza para a linguagem algébrica. Inovando a qualidade do ensino no ensino médio

Artículo de investigación

Abraham Cuesta Borges¹

acuesta@uv.mx

Manuel Guillermo Pino Batista²

manuel.batista@umcc.cu

Bernardino Alfredo Almeida Carazo³

bernardino.carazo@umcc.cu

Recibido: 3 de mayo de 2021 Evaluado: 1 de junio de 2021

Aceptado para su publicación: 5 de julio de 2021

Cómo citar el artículo: Cuesta-Borges, A., Pino-Batista, M. G. y Almeida-Carazo, A. A. (2021). Traducir al lenguaje algebraico. Innovar la calidad de la enseñanza en la escuela secundaria básica. *Atenas*, Vol. 1 (57), 128-144.

Resumen

En la aspiración de proponer una intervención educativa para mejorar la calidad de la enseñanza se realiza un estudio con estudiantes de secundaria, con el objetivo de caracterizar las actuaciones y los niveles de comprensión cuando se enfrentan a la tarea de resolver problemas algebraicos de enunciado verbal. Mediante el método de análisis de contenido, las respuestas, tanto a la prueba escrita como en las entrevistas individuales, muestran la existencia de dificultades en la comprensión cualitativa de problemas y el

¹ Doctor en Didáctica de la Matemática. Docente de Tiempo Completo de la Universidad Veracruzana, México. ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9625-2795>

² Doctor en Ciencias Pedagógicas. Profesor Titular de la Universidad de Matanzas, Cuba ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9312-5499>

³ Máster en Didáctica de la Matemática. Profesor Auxiliar de la Universidad de Matanzas, Cuba ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3298-9223>

desconocimiento de los procedimientos que son necesarios para resolver problemas de manera independiente. Se concluye en la necesidad de realizar una intervención educativa en educación secundaria básica, como una oportunidad para mejorar la calidad de la instrucción escolar. Finalmente, se brindan recomendaciones sobre procedimientos didácticos a emplear y las posibles acciones a implementar en la formación del profesorado de matemática.

Palabras clave: enseñanza de la matemática, escuela secundaria básica, resolución de problemas, traducir al lenguaje algebraico.

Abstract

In the aspiration to propose an educational intervention to improve the quality of teaching, a study is carried out with high school students, with the aim of characterizing the actions and levels of understanding when they face the task of solving algebraic problems of verbal enunciation. By means of the content analysis method, the responses, both to the written test and in the individual interviews, show the existence of difficulties in the qualitative understanding of problems and the lack of knowledge of the procedures that are necessary to solve problems independently. It concludes on the need to carry out an educational intervention in basic secondary education, as an opportunity to improve the quality of school instruction. Finally, recommendations are provided on didactic procedures to be used and possible actions to be implemented in the training of mathematics teachers.

Keywords: mathematics teaching, basic high school, problem resolution, translate to algebraic language.

Resumo

Na aspiração de propor uma intervenção educativa para a melhoria da qualidade do ensino, é realizado um estudo com alunos do ensino médio, com o objetivo de caracterizar as ações e níveis de compreensão perante a tarefa de resolver problemas algébricos de enunciação verbal. Por meio do método de análise de conteúdo, as respostas, tanto na prova escrita quanto nas entrevistas individuais, mostram a existência de dificuldades na compreensão qualitativa dos problemas e o desconhecimento dos procedimentos necessários para resolver os problemas de forma independente. Conclui sobre a necessidade de realização de uma intervenção educativa no ensino secundário básico, como oportunidade de melhoria da qualidade da instrução escolar. Por fim, são feitas recomendações sobre os procedimentos didáticos a serem utilizados e as possíveis ações a serem implementadas na formação de professores de matemática.

Palavras-chave: ensino de matemática, ensino médio básico, resolução de problemas, traduzir para a linguagem algébrica.

Introducción

La Secretaría de Educación Pública (SEP) de México pretende dar solución a los problemas relacionados con el aprendizaje de los niños (SEP, 2017a); un propósito que depende de los medios de enseñanza, de la forma de organizar el proceso, de los contenidos y del sistema de evaluación. Se ha pretendido, con las reformas curriculares, un modelo basado en competencias que no ha logrado los resultados esperados en aprender a resolver problemas.

Se corrobora en los resultados de la prueba PISA (Programa para la Evaluación Internacional de estudiantes, por sus siglas en inglés) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE). Evalúa a los alumnos de 15 años al final de la educación básica (la secundaria) en las competencias lectora, científica y matemática; esta última incluye las habilidades, la pericia y las aptitudes para analizar y resolver problemas (PISA, 2019).

La aplicación en 2018 incluyó a 1 millón 480,904 estudiantes mexicanos de 15 años (66% de la población total de dicha edad); los resultados en competencia matemática muestran que, el 44% de los estudiantes alcanzó el nivel 2 o superior (pueden interpretar y reconocer la representación matemáticamente de una situación simple), mientras que sólo el 1% obtuvo un nivel de competencia 5 o superior (pueden modelar situaciones complejas matemáticamente, pueden seleccionar, comparar y evaluar estrategias apropiadas de resolución de problemas).

Por otra parte, investigaciones en el campo del pensamiento algebraico resumen las dificultades de aprendizaje en: (i) uso generalizado de procedimientos aritméticos y (ii) falta de habilidad para expresar formalmente los métodos y procedimientos que se usan para resolver problemas. (Castro, 2012); también se clasifican los errores en: los que dependen de la complejidad del enunciado, los que tienen relación con la aritmética y los propios del simbolismo algebraico (Rodríguez-Domingo et al., 2015).

Las dificultades y errores están causados, también, por las técnicas de

enseñanza y por la persistencia en conseguir “de alguna forma” la respuesta, en detrimento de prestar atención al método de resolución (Viveros, 2020). Algunas, asociadas a la lectura analítica de los enunciados verbales y al proceso de traducción al lenguaje algebraico (Fillooy et al., 2008); muchos estudiantes no comprenden el mensaje planteado en la expresión dada por la tarea, por lo que no logran simplificarla a lo esencial e identificar términos y signos esenciales (Cassoma, et al., 2019).

De hecho, la principal dificultad radica en la comprensión (Almeida y Almeida, 2017), causada por el hecho de que no siempre se enseñan los procedimientos para su resolución, ni se atienden las necesidades cognitivas que esa actividad exige, como un componente esencial del currículo (Pino y Almeida, 2020), aspecto éste en el que influye la preparación del docente y su desempeño en la clase de matemática. Un estudio sobre autorregulación (Almeida y Aportela, 2019) determinó, por una parte, la falta de relación entre los procedimientos que se ofrecen (como base orientadora) al operar con el contenido matemático y por otra, la existencia de métodos de enseñanza que no incitan al trabajo cooperado, a la ayuda mutua y al diálogo reflexivo en la adquisición de los contenidos.

Cierto es que el planteamiento de problemas se relaciona con la capacidad para su formulación (Zaldívar et al., 2017), pero el proceso de resolución atañe a la capacidad para desarrollar, justificar y aplicar diferentes estrategias. De hecho, los estudios sobre la resolución de problemas adscriben este proceso en dos etapas: como proceso de resolución y como proceso de comprensión textual. (Pérez y Rodríguez, 2016, citado por Almeida y Almeida, 2017); en otras palabras, se requiere, tanto la capacidad para comprender y comunicar el lenguaje simbólico (Peña y Gáfaró, 2017) como la comprensión lectora (Correa y Escobar, 2018).

En consecuencia, destaca la necesidad de que en la escuela no sólo se resuelvan problemas, sino que “en ella se enseñe a resolver problemas” (Pino y Almeida, 2020, p. 1). Como señala (Pino, 2005) “la importancia de este procedimiento metodológico radica en que, de acuerdo con el tipo de problema, el alumno puede estructurar su estrategia de razonamiento, que no es la misma para los problemas cualitativos, cuantitativos, gráficos, experimentales y abiertos” (p. 70)

En el contexto del estudio, investigaciones precisan que los resultados en matemáticas son bajos por la falta de razonamiento matemático (Vergara, 2018); otras, realizadas en la Universidad Veracruzana (Herrera et al., 2016; Cuesta et al., 2016), señalan que conceptos fundamentales no han sido construidos de manera satisfactoria y que muchas de las dificultades en la universidad provienen de la no comprensión en la educación secundaria básica. Los programas de estudios de la SEP (SEP, 2017b); (SEP, 2011) pueden estar bien diseñados; sin embargo, los resultados muestran que la enseñanza sigue una tradición centrada en la manipulación mecánica de símbolos, que no tiene sentido para los alumnos. Como resultado, no existe la habilidad para manejar diferentes sistemas de representación, en especial el simbólico que es el más potente para operar problemas verbales algebraicos (Rico, 2018).

Por ello, y en la aceptación del papel determinante de la instrucción, vale preguntar: ¿los estudiantes han adquirido los procedimientos de resolución de problemas?

Responder conduce a la necesidad de analizar las actuaciones, para conocer si: ¿se manifiesta comprensión?, ¿se ponen en juego todos los conocimientos y habilidades adquiridos por los estudiantes?, o ¿pueden resolver problemas con independencia?

De este modo, la investigación que reportamos tuvo por objetivo caracterizar las actuaciones y los niveles de comprensión de estudiantes de secundaria cuando se enfrentan a la tarea de resolver problemas algebraicos de enunciado verbal.

Metodología y métodos

El estudio es una descripción (diagnóstico) de dificultades, mediante un análisis de contenido de las respuestas; entendido éste, como el análisis riguroso, el examen y verificación de los contenidos en datos escritos, y cuya finalidad es descubrir la estructura interna de la comunicación (Rico y Fernández-Cano, 2013).

Sujetos del estudio

Se aplica una prueba a toda la población (189 estudiantes) de tercer año de una escuela secundaria básica del Estado de Veracruz, México. Para mantener el anonimato los participantes se identifican con un código: $S_1 \dots S_{189}$.

Experimento y procesamiento de datos:

El equipo docente propuso una prueba escrita con situaciones, formuladas verbalmente, que giran en torno al proceso de traducción a su representación simbólica, aunque no se descarta su representación aritmética. Al momento de su aplicación los estudiantes cursan Matemáticas 3 y se había culminado el tema de ecuaciones algebraicas.

Se asume, con fundamento en el método cartesiano (Filloy et al., 2008) que el aspecto fundamental en la solución es el paso del lenguaje natural a una expresión en el lenguaje del álgebra: una ecuación. Por tanto, en la resolución se hallan implicadas, tanto la competencia en ambos lenguajes, como la competencia en el proceso del paso de un texto escrito en lenguaje natural a un texto escrito en el lenguaje del álgebra. La prueba se realizó durante dos horas dentro del horario de clases, bajo las siguientes orientaciones:

- (i) utilizar cualquier procedimiento de solución,
- (ii) no borrar ninguna respuesta escrita, y
- (iii) que, en caso de no responder, se escriban las causas.

Se realizó una revisión de las respuestas escritas, con la finalidad de clasificar las diferentes actuaciones (acciones observables) (Tabla 1) que realizan los sujetos.

Tabla 1. Categorías de respuestas

Descripción de categorías	
Simbología	Indicadores
(NR)	No responde a la pregunta por causas desconocidas
(NC)	No comprende: incomprensión total o parcial. Se manifiesta en: <ul style="list-style-type: none"> (i) expresiones como “no entiendo” o “no recuerdo” en respuestas, (ii) manifiesta la necesidad de poseer datos para responder, (iii) intenta responder, pero no logra comprender el enunciado y/o la tarea a realizar.
(AR)	Aritmético (AR): se aborda el problema con procedimientos de tipo aritmético, en ocasiones por ensayo-error, seguido de operaciones elementales, que conducen o no a una solución correcta.
(AL)	Algebraico (AL): se procura expresar una relación algebraica entre las cantidades desconocidas y relaciones implicadas en el problema, que conducen o no a una solución correcta. La respuesta puede ser incorrecta, causado por: <ul style="list-style-type: none"> (i) no representa la variable y/o la expresión algebraica o (ii) no realiza las transformaciones necesarias dentro del sistema de representación algebraico

Fuente: Categorías obtenidas con el estudio de las respuestas, 2019.

La entrevista es grabada en audio en un contexto de intercambio de ideas con el estudiante. Su objetivo es obtener nuevos datos y esclarecer dudas sobre la actuación del estudiante; de ser necesario, coadyuvar a la comprensión y orientar al entrevistado en el proceso de resolución.

Resultados y discusión

A continuación, se muestra el análisis de dos de las situaciones propuestas.

Situación 1: Tu amiga Laura te invita a su fiesta de cumpleaños, y en la invitación escribió: “El doble de la edad que yo tenía hace dos años es igual a la edad que tendré dentro de tres años”. ¿Cuántos años cumple Laura?

Se requiere realizar una lectura analítica del enunciado y seleccionar una letra para representar una cantidad (edad actual). El enunciado relaciona el cambio de la magnitud desconocida (edad) en dos momentos de tiempo (pasado y futuro). La comprensión del significado de las frases es una condición para establecer, en el lenguaje de la matemática, las relaciones establecidas de manera verbal. Las respuestas (Tabla 2) ponen en evidencia dificultades causadas por la incomprensión y/o por una interpretación diferente de la situación que se propone.

Tabla 2. Resultados de respuestas a la situación 1

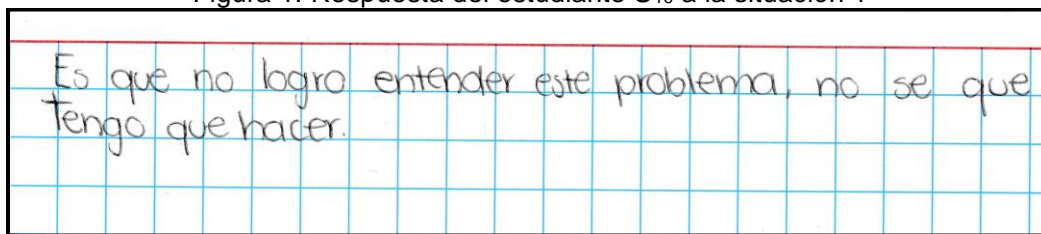
Respuestas de los estudiantes		
	Cantidad	Porcentaje
Incorrectas		
– Sin Respuesta (no responde)	2	1,06
– Incomprensión (expresa no entender o se confunde)	37	19,6
– Problema Incompleto (manifiesta que faltan datos)	3	1,59
– Aritmética (realiza operaciones aritméticas incorrectas)	49	25,9
– Algebraica (realiza operaciones algebraicas incorrectas)	60	31,7
SUBTOTAL	151	79,9
Correctas por		
Procedimiento aritmético. Utiliza operaciones y relaciones aritméticas para llegar a la solución e incluye el ensayo error.	31	16,4
Procedimiento algebraico. Asocia modelos (ecuaciones y funciones) a situaciones expresadas en diferentes formas de representación (lenguaje natural y geométrico) y llega a la solución.	7	3,7
SUBTOTAL	38	20,1

Fuente: Datos obtenidos de las respuestas a la situación 1 de la prueba, 2019.

Es evidente el bajo desempeño de los estudiantes, causado por la falta de comprensión; cuatro de cada cinco (80% de los estudiantes) no han demostrado desarrollo de esta competencia. Los hallazgos más significativos son:

El 21.1% del grupo no logra comprender este tipo especial de textos matemáticos, que son los problemas aritmético-algebraico del enunciado verbal. Se declara explícitamente “no entender”, “el problema me confunde” o “faltan datos para responder”. Un ejemplo es la respuesta del estudiante S₁₀ (Figura 1)

Figura 1. Respuesta del estudiante S₁₀ a la situación 1



Fuente: Hoja de respuesta de S₁₀, 2019.

Durante la entrevista expone:

P: “¿qué es lo que no comprendes de la frase?”

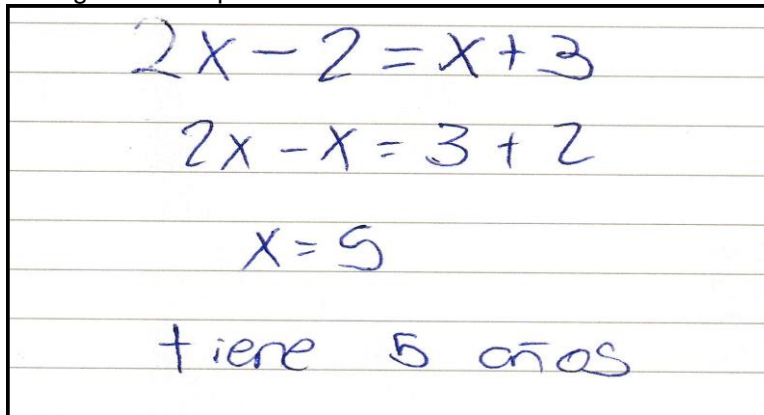
S₁₀: “es que dice el doble de la edad, pero no tengo la edad que tiene”

P: “esa es la pregunta, se desea conocer la edad actual de Laura

S₁₀: “si profe, pero yo no entiendo que debo calcular, no entiendo nada”

En otros casos, existe una interpretación inadecuada; es decir, se interpreta de manera diferente las condiciones del problema y/o de la relación existente. Por ello, el 57.6% responde con el uso de procedimientos aritméticos o algebraicos diferentes a la situación, o cometiendo errores. En muchas ocasiones, causados por la interpretación de la frase “*el doble de la edad que tenía hace dos años*” (Figura 2)

Figura 2. Respuesta del estudiante S₁₂₆ a la situación 1


$$2x - 2 = x + 3$$
$$2x - x = 3 + 2$$
$$x = 5$$

tiene 5 años

Fuente: Hoja de respuesta de S₁₂₆, 2019.

En la entrevista, al estudiante S₁₂₆, se verifica su interpretación personal de la frase

P: “¿qué entiendes de la frase el doble de la edad que tenía hace dos años?”

S₁₂₆: “es que dice el doble de la edad que tenía hace dos años, yo multiplico por dos y le resto dos”

P: “¿cuántos años tienes ahora?”

S₁₂₆: “tengo 15 años”

P: “¿cuál es tu edad hace dos años?”

S₁₂₆: “tenía 13 años”

P: “¿cuál es el doble de la edad que tenías hace dos años?”

S₁₂₆: “ya entendí profe, debo multiplicar la edad hace dos años por dos”

P: “¿qué te impidió comprenderlo de esa manera?”

S₁₂₆: “me faltó leerlo más, es que nunca resolvemos problemas de este tipo en clases”

Situación 2: Problema planteado por François Viète (1540 – 1603). Un capitán y un soldado van caminando en el bosque y llevan una carga pesada de pólvora. El capitán se quejaba a cada rato de lo pesados que estaban los barriles hasta que, cansado de escuchar sus quejas, el soldado le dijo: “Yo no sé por qué se

queja tanto, si usted me diera uno de sus barriles mi carga sería el doble de la suya. En cambio, si yo le diera uno de mis barriles su carga apenas sería igual a la mía”. ¿cuántos barriles de pólvora llevaba el capitán y cuántos el soldado? En esta situación se deben seleccionar dos letras para representar dos cantidades, luego describir otras relaciones y establecer un sistema de ecuaciones. Las respuestas (Tabla 3) son similares, pero con mayores porcentajes de no acierto

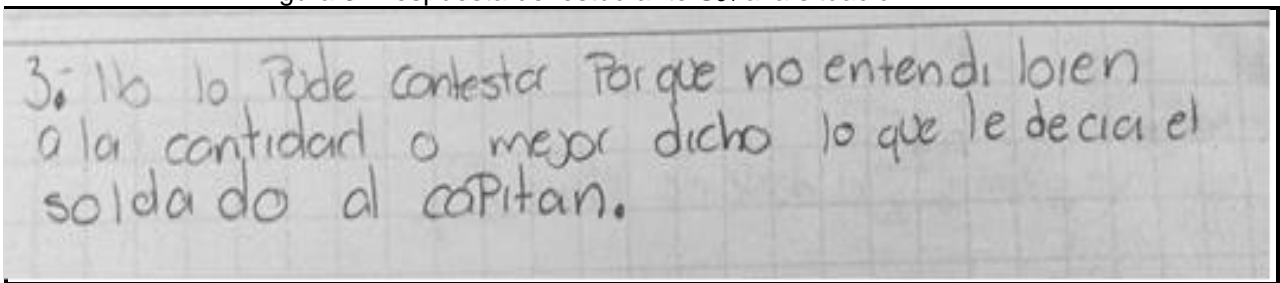
Tabla 3. Resultados de respuestas a la situación 2

Respuestas de los estudiantes		
	Cantidad	Porcentaje
Incorrectas		
– Sin Respuesta (no responde)	10	5.29
– Incomprensión (expresa no entender o se confunde)	45	23.8
– Problema Incompleto (manifiesta que faltan datos)	2	1.05
– Aritmética (realiza operaciones aritméticas incorrectas)	69	36.5
– Algebraica (realiza operaciones algebraicas incorrectas)	45	23.8
SUBTOTAL	171	90.47
Correctas por		
Procedimiento aritmético. Utiliza operaciones y relaciones aritméticas para llegar a la solución e incluye el ensayo error.	15	7.93
Procedimiento algebraico. Asocia modelos (ecuaciones y funciones) a situaciones expresadas en diferentes formas de representación (lenguaje natural y geométrico) y llega a la solución.	3	1.58
SUBTOTAL	18	9.53

Fuente: Datos obtenidos de las respuestas a la situación 2 de la prueba, 2019.

De nuevo, en esta situación, las actuaciones ponen de manifiesto carencias para resolver el problema de manera independiente; causadas, en primer lugar, por la incomprensión o por una interpretación diferente de la situación y/o del enunciado. Aproximadamente, uno de cada cuatro estudiantes (24.86%) manifiesta no entender, o que el problema le confunde, o que faltan datos para responder. Ejemplo de esta actuación es la respuesta de S₃₄ (Figura 3)

Figura 3. Respuesta del estudiante S₃₄ a la situación 2



Fuente: Hoja de respuesta de S₃₄, 2019.

Durante la entrevista el profesor lee en voz alta, y de manera pausada, el enunciado de la situación. Enfatiza en la pregunta y lee la respuesta que escribe el estudiante.

S₃₄: “no entiendo eso que dice el soldado, no entiendo”

P: ¿qué es lo que te resulta difícil?

S₃₄: “como no trae números, como cualquier problema, se me dificultó”

P: “¿se te dificulta si el problema no te proporciona números?”

S₃₄: “sí, es que con puras palabras no puedo, necesito números”

P: ¿cuántas incógnitas existen en el problema?

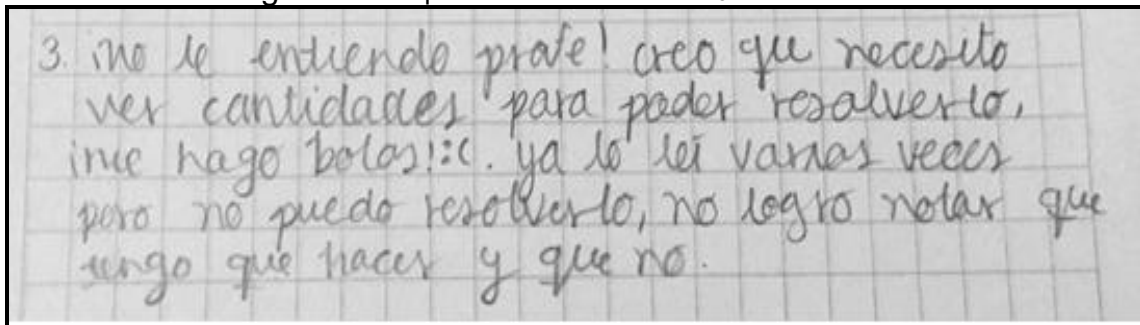
S₃₄: una carga es el doble y otra es lo que le da al capitán

P: ¿cuántos barriles crees que pudiera llevar el capitán?

S₃₄: dos, porque dice el doble

Observe que, su concepción personal de problema es aquel que tiene números. En esta misma idea se expresa el estudiante S₈ (Figura 4)

Figura 4. Respuesta del estudiante S₈ a la situación 2

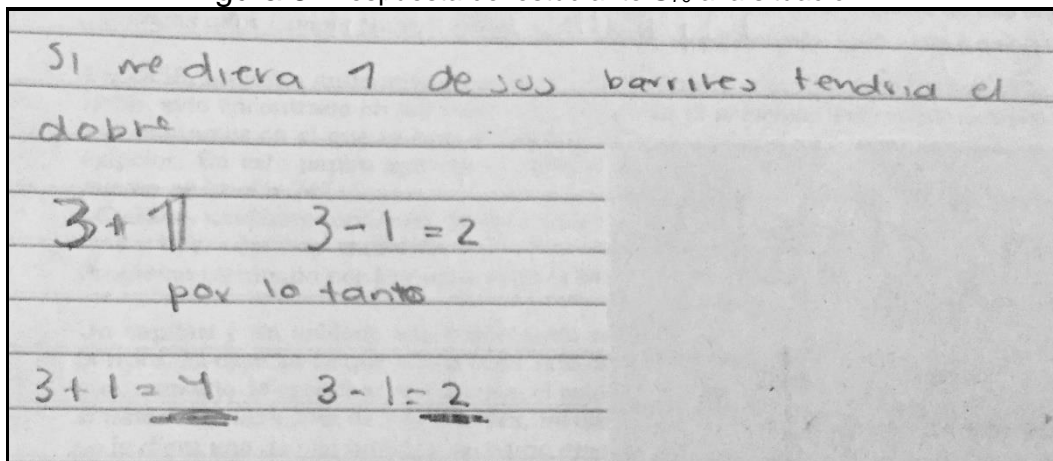


Fuente: Hoja de respuesta de S₈, 2019.

Durante la entrevista expone: “el problema es imposible de resolver”, “no se entiende en lo absoluto el enunciado”, indicio de la dificultad asociada a la lectura problemas aritmético-algebraicos del enunciado verbal.

Se aprecia comprensión en las actuaciones del 36.5% de los estudiantes, pero con un intento de respuesta con operaciones aritméticas sin sentido y, como resultado, se describe una respuesta que no satisface las condiciones de la situación (Figura 5)

Figura 5. Respuesta del estudiante S₇₀ a la situación 2



Fuente: Tomada de la hoja de respuesta de S₇₀, 2019.

Durante el intercambio de ideas con el profesor expone:

P: “puedo ver que realizas algunas operaciones, situando cantidades”

S₇₀: “escribí cantidades, iniciando con tres barriles para cada uno; luego le quitaba uno y es el doble del segundo”.

P: “¿se cumplen las condiciones del problema?”

S₇₀: “no, porque la carga de barriles sería igual; intenté con tres y cinco, pero tampoco se cumple. En mi casa lo hice con 7 barriles para el soldado y 5 para el capitán”

P: “¿realizas la comprobación?”

S₇₀: “no, no lo hice, me perdí”

P: “¿qué te sucede?”

S₇₀: “con el algebra no pude, no logro hacerlo”

P: “¿no sabías cuáles son las incógnitas?”

S₇₀: “sí sé cuáles que son las cantidades, los barriles, pero no aprendí en la escuela cómo pasar del texto a las ecuaciones”

En resumen, las respuestas (actuaciones) a la prueba son un indicativo de las carencias en la comprensión del enunciado, como condición necesaria para el proceso de traducción del enunciado verbal a la representación matemática, ya sea el lenguaje aritmético o algebraico. Muchos estudiantes esperan y/o requieren la existencia de números para “realizar operaciones” y otros recurren al uso de procedimientos con fuente de significado limitada, que no resulta suficiente para aplicar procedimientos de generalización algebraica.

Conclusiones

La escuela secundaria básica no logra la apropiación de los procedimientos para la resolución independiente de problemas, como esencial componente del currículo. Las respuestas y actuaciones de los estudiantes evidencian bajo desarrollo de esa competencia, resaltando las barreras en la comprensión y en el análisis de la de situaciones reales, expresadas en el lenguaje natural.

La principal dificultad del estudiante reside en la falta de competencia para comprender textos aritmético-algebraicos de enunciado verbal. Destaca el uso generalizado de procedimientos aritméticos, en ocasiones por ensayo y error; lo que ejecuta el estudiante es de naturaleza instrumental y memorística, sin la competencia para transferir dicho conocimiento a una expresión matemática en lenguaje algebraico. Llama la atención, de manera especial, que muchos

estudiantes sientan la necesidad de “tener datos” (edad, cantidad de barriles) para poder “operar” (llegar a la solución)

En tales circunstancias, el estudio propone realizar una intervención educativa en educación secundaria básica. Se trata de un cambio en la instrucción escolar, que se resume en:

- Promover y estimular la comprensión: antes de resolver un problema, se debe estimular la interacción del estudiante con el texto del problema, de modo que entienda, interprete y le permita resolver con independencia.
- Enseñar los procedimientos metodológicos: la propuesta de actividades dirigidas a enseñar los procedimientos metodológicos para la comprensión de los problemas y los procedimientos que estén dirigidos a la búsqueda de la estrategia a emplear por el estudiante.
- Proponer tareas desafiantes: la invitación a realizar tareas retadoras y exigentes que estimulen el proceso de pensar por parte del sujeto que aprende.

En cuanto a la formación permanente del profesorado, se propone la realización de cursos especializados o un diplomado a profesores de educación secundaria básica. En cualquiera modalidad educativa el objetivo debe ser: proporcionar las bases teórico-metodológicas de la enseñanza de la matemática y las herramientas para desarrollar propuestas didácticas, que permitan crear un espacio de reflexión y estudio sobre las dificultades en el aprendizaje.

Referencias bibliográficas

- Almeida, B.A. y Almeida, J.N. (2017) Comprender antes de resolver. *Atenas: Revista Científico-Pedagógica*. 3. (39), 8-63. <http://atenas.umcc.cu>
- Almeida, B.A. y Aportela, I.B. (2019). La autorregulación de la actividad de estudio al aprender Matemática. *Transformación*, 15 (3), 352-364.

- Castro, E. (2012). Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. García y L. Ordoñez, (Ed/s), *Investigación en Educación Matemática XVI*. (pp. 75-94). Jaén: SEIEM.
- Cassoma, B., Almeida, B.A. y Miquet, S.S. (noviembre de 2019). El empleo de la terminología y simbología matemática en el trabajo con variable en noveno grado. En B. Almeida. (Presidencia). *XIV Evento Internacional "La enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación"*. Varadero, Matanzas, Cuba.
- Correa, G.I. y Escobar, R.M. (noviembre de 2018). Pensamiento crítico: impacto potenciador entre las áreas del lenguaje y las matemáticas. En B. Almeida. (Presidencia). *XIII Evento Internacional "La enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación"*. Varadero, Matanzas, Cuba.
- Cuesta, A. Escalante, J.E. y Ruiz, J.F. (2016). Velocidad. Significados manifestados por estudiantes universitarios a partir de representaciones gráficas. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, Vol. 9. 105-125. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i9.112>
- Fillooy, E., Puig, L. y Rojano, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de las Ciencias*, 26 (3), 327-342. <https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/132179>
- Herrera, H., Cuesta, A. y Escalante, J.E. (2016). El concepto de variable: un análisis con estudiantes de bachillerato. *Educación Matemática*, 28 (3), 217-240. <https://doi.org/10.24844/EM>
- Peña, A.A. y Gáfaró, A.I. (noviembre de 2017). El lenguaje en la enseñanza de las expresiones algebraicas en los estudiantes del grado octavo. En B. Almeida. (Presidencia). *XII Evento Internacional "La enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación"*. Varadero, Matanzas, Cuba.
- Pérez, K. y Rodríguez, R. (noviembre de 2016). Los niveles de desempeño en la comprensión de problemas aritméticos verbales. En B. Almeida. (Presidencia). *XI Evento Internacional "La enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación"*. Varadero, Matanzas, Cuba.
- Pino, M.G. (2005). *Procedimientos metodológicos para la comprensión de los problemas Físicos-docentes y la planificación de su resolución en la escuela Secundaria Básica*. [Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas, no publicada]. Universidad de Matanzas.
- Pino, M.G. y Almeida, B.A. (2020). *Procedimientos metodológicos para la resolución de problemas de matemática y física*. Universidad de Matanzas (CD Monografías 2020) <http://repositorio.cict.umcc.cu/>
- PISA/OCDE (Ed) (2019). *Programa para la Evaluación Internacional de alumnos PISA 2018 - Resultados*. OCDE. <https://www.oecd.org/pisa/>

- Rico, L. (2018). Sistemas de representación en la evaluación de problemas verbales en álgebra. En P. Flores, J. L. Lupiáñez e I. Segovia (Ed/s.) *Enseñar Matemáticas. Homenaje a los profesores Francisco Fernández y Francisco Ruiz*. Granada, Atrio.
- Rico, L. y Fernández-Cano, A. (2013). Análisis didáctico y metodología de investigación. En L. Rico, J.L. Lupiáñez y M. Molina (Ed/s.), *Análisis Didáctico en Educación Matemática* (pp. 1-22). Comares.
- Rodríguez-Domingo, S., Molina, M., Cañadas, M.C. y Castro, E. (2015). Errores en la traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación simbólico y verbal. *PNA*, 9 (4), 273 – 293 <https://doi.org/10.30827/pna.v9i4.6099>
- SEP (Ed) (2011). *Plan de estudios 2011. Educación Básica*. SEP México. <https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/20177/>
- SEP (Ed) (2017a). *Modelo educativo para la educación obligatoria*. SEP. México. <https://www.planprogramasdestudio.sep.gob.mx/>
- SEP (Ed) (2017b). *Aprendizajes clave para la educación integral. Plan y programas de estudio para la educación básica*. SEP. México. <https://www.planprogramasdestudio.sep.gob.mx/>
- Vergara, S. (2018). Aprendizajes básicos en niños y niñas de Veracruz: primeros resultados de la medición independiente de aprendizajes. *Interamericana de Educación de Adultos*, 40. (2), 44-78
<https://doi.org/10.1007/s10833-016-9285-5>
- Viveros, R. (2020). *Ecuaciones lineales: una propuesta de secuencias didácticas para secundaria* [Tesis en opción al grado de Maestro en Matemática Educativa, no publicada]. Universidad Veracruzana.
- Zaldívar, J., Quiroz, S., y Medina, G. (2017). La modelación matemática en los procesos de formación inicial y continua de docentes. *Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*. 8. (15), 87-110.
https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v8i15.63